



**CENTRO DE ACTUALIZACIÓN PROFESIONAL E INNOVACIÓN
TECNOLÓGICA**

CON RECONOCIMIENTO DE VALIDEZ OFICIAL DE ESTUDIOS DE LA SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
PÚBLICA, SEGÚN ACUERDO NÚMERO 2005369 DE FECHA 17 DE JUNIO DE 2005

**MANUAL BÁSICO DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS PARA EL
CURSO ENFOQUE DEL INGRESO DE LA ESPECIALIDAD EN
VALUACIÓN DE INMUEBLES.**

TESINA

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
ESPECIALISTA EN VALUACIÓN DE INMUEBLES.**

PRESENTA:

SALVADOR GIORGANA PERALTA

México D.F. a 24 de abril de 2009

**Con especial agradecimiento a mi familia y a mi hermana Catalina,
quien hizo posible la realización de esta especialidad.**

ÍNDICE

Introducción	3
Antecedentes	3
Justificación	4
Hipótesis	4
Objetivo	5
Marco teórico	7
Capítulo 1 Interés simple e interés compuesto	7
1.1 Definiciones.....	7
1.2 Ejemplo de interés simple.....	7
1.3 Interés compuesto.....	8
1.3.1 Definición.....	8
1.4 Problema N° 1 de interés simple.....	9
1.4.1 Solución utilizando calculadora HP y hoja de Excel.....	12
1.5 Problema N° 2, problema de interés compuesto.....	13
1.5.1 Solución utilizando calculadora HP y hoja de Excel.....	15
1.6 Problema N° 3, problema de valor futuro.....	17
1.6.1 Solución utilizando calculadora HP y hoja de Excel.....	17
1.7 Problema N° 4, problema de valor futuro.....	18
1.7.1 Solución utilizando calculadora HP y hoja de Excel.....	19
Capítulo 2 Conceptos de Tasa Nominal, Efectiva y Equivalente ... 19	
2.1 Definiciones.....	19
2.2 Problema N° 5, problema de cálculo de tasa de interés.....	19
2.2.1 Solución utilizando calculadora HP y hoja de Excel.....	20
2.3 Problema N° 6, problema de cálculo de tasa efectiva.....	22
2.3.1 Solución utilizando calculadora HP y hoja de Excel.....	22
Capítulo 3 Valor actual o Valor presente	23
3.1 Definiciones.....	23
3.1.1 Problema N° 7, problema de valor presente.....	23
Capítulo 4 Anualidades	25
4.1 Definiciones.....	25
4.2 Problema N° 8, problema de anualidades.....	27
4.3 Problema N° 9, problema de anualidades.....	30
4.3.1 Solución utilizando calculadora HP y hoja de Excel.....	32

4.4 Problema N° 10, problema de pagos de una anualidad.....	32
4.4.1 Solución utilizando calculadora HP y hoja de Excel.....	33
4.5 Problema N° 11, problema de pagos.....	34
4.5.1 Solución utilizando calculadora HP y hoja de Excel.....	34
Capítulo 5 Amortización.....	35
5.1 Problema N° 12 problema de pagos.....	35
5.1.1 Solución utilizando calculadora HP y hoja de Excel.....	37
5.2 Problema N° 13, problema de valor presente	37
5.2.1 Solución utilizando calculadora HP y hoja de Excel.....	40
5.3 Problema N° 14 problema de tasa interna de retorno.....	42
Problemas propuestos	43
Conclusiones.....	45
Bibliografía.....	47

INTRODUCCIÓN

En la valuación inmobiliaria, el valuador se enfrenta diariamente al reto de obtener el valor de los inmuebles que le son asignados, para esto utiliza todas las herramientas que tiene a su alcance para lograr su cometido.

El proceso de obtención del valor de los inmuebles se puede realizar considerando tres enfoques, el enfoque de mercado, el enfoque de costos, y el enfoque de ingresos.

Este último enfoque está íntimamente relacionado con los conceptos de matemáticas financieras tales como las tasas de interés, el valor presente, las anualidades, etc.

Para los valuadores es muy importante tener un completo entendimiento de cada uno de estos conceptos financieros, pues en la valuación y la compra venta de inmuebles se habla de tasas de interés, rentas, anualidades, pagares etc., en si todos los derechos legales que se poseen al adquirir y vender inmuebles y que es obligación del valuador conocer dicho lenguaje financiero.

Por lo tanto en su formación profesional, además de tener un amplio conocimiento del mercado de bienes raíces y los conceptos elementales de construcción que posee toda edificación, el valuador debe estar íntimamente ligado a los conocimientos financieros, ya que estos últimos forman parte del diario trabajo en la vida profesional del valuador.

Actualmente los profesionales de la valuación respaldan su trabajo a través del estudio de una especialidad, y formando parte del programa de estudios de esta especialidad existe una materia llamada Enfoque del Ingreso.

La materia Enfoque del Ingreso en si es extensa y necesita de parte del alumno una preparación previa relacionada con los conceptos elementales de las matemáticas financieras. Es ahí en donde el presente manual aporta una serie de ejercicios prácticos relacionados con los temas básicos de las matemáticas financieras, escrito en una forma tal que sea accesibles a todos aquellos que empiezan a adentrarse en el amplio conocimiento financiero.

ANTECEDENTES

Para un inversionista que posee bienes raíces inmuebles y que pretende utilizarlos como inversión resulta muy importante conocer el valor de los bienes que posee.

Los inversionistas que adquieren bienes raíces que generarán ingresos están cambiando dinero actual por beneficios futuros

Para analizar la capacidad de una propiedad de generar beneficios futuros, el valuador requiere del conocimiento de uno de los tres enfoques de la valuación llamado enfoque del ingreso, este enfoque emplea métodos matemáticos para la determinación del valor a través de la capitalización de los ingresos que la propiedad genera.

El enfoque por capitalización de ingresos es uno de los tres enfoques tradicionales que se pueden utilizar. Y se debe considerar que no es un enfoque independiente sino que está ligado a los otros dos, el enfoque de mercado y el enfoque de costos

El enfoque por capitalización de ingresos es parte del proceso sistemático de la valuación y los diversos métodos, técnicas y procedimientos usados son herramientas de carácter general que se aplican a la valuación y evaluación de propiedades generadoras de ingresos.

La capitalización de rendimientos se emplea para convertir beneficios futuros en valores presentes mediante la aplicación de tasas de rendimiento adecuadas. La labor del valuador será encontrar en el mercado las tasas de rendimiento de inversionistas típicos para aplicarla apropiadamente en la búsqueda de los mejores beneficios para la inversión.

JUSTIFICACION

Todo lo anteriormente comentado es solamente una breve introducción de lo extenso que sería tratar el tema de obtención del valor a través de la capitalización de los ingresos, pero nos muestra la importancia que tiene en el proceso de valuación dicho enfoque y por lo tanto la aplicación de las matemáticas financieras, y lo trascendente que es el adecuado y claro manejo de los conceptos asociados a esta última, de ahí que el presente manual este diseñado para todos aquellos que no han tenido un acercamiento a los diferentes conceptos financieros.

HIPOTESIS

Se presenta un manual a nivel básico de matemáticas financieras que pretende servir como una guía elemental para los alumnos de la especialidad en valuación de inmuebles. Trata conceptos tales como el interés simple, compuesto, tasa real y tasa efectiva, valor presente y valor futuro y anualidades.

Se pretende que sea un material de apoyo para la materia enfoque del ingreso.

El manual esta conformado a través de ejemplos que están resueltos en la siguiente forma, primero el planteamiento del problema, que será resuelto en todos los casos como sigue:

- Con la aplicación de las fórmulas financieras

- Con la calculadora financiera HP 10B11
- Utilizando la hoja electrónica de Excel.

El presentar tres alternativas de solución pretende que el alumno no solo entienda el problema sino lo reafirme tras la aplicación de cada diferente alternativa.

En este manual se dan las definiciones de los diferentes conceptos matemáticos pero no se abunda en estos, se trata de intentar que a través de los ejemplos dichos conceptos queden claros. El manual posee una lectura clara y de fácil entender que lleva prácticamente “de la mano” a cada alumno en la solución de los problemas.

Una vez que el alumno lo halla estudiado debidamente, tendrá la facilidad de entender las notas de clase que asocian los conceptos financieros a la valuación en una forma más clara que si no hubiese tenido la oportunidad de leer el presente trabajo.

OBJETIVO

El presente trabajo es un manual de matemáticas financieras, que pretende servir de base a los alumnos de la especialidad en valuación de inmuebles para acreditar el curso Enfoque del Ingreso.

Pretende explicar las bases de los diferentes conceptos de matemáticas financieras de una manera sencilla y práctica a través de una serie de ejemplos de un nivel básico. Tratados con un lenguaje tal que todos aquellos que nunca han tenido un acercamiento con esta parte de las matemáticas puedan entender el lenguaje financiero.

Este manual no pretende sustituir las notas de clase, ni mucho menos la extensa bibliografía existente para la enseñanza de las matemáticas financieras, este manual esta diseñado en forma tal que sea un material comprensible para los compañeros de la especialidad que poseen diversas formaciones profesionales, pues a esta última asisten desde ingenieros civiles pasando por ingenieros agrónomos e incluso ingenieros en aeronáutica, hasta arquitectos, administradores de empresas y abogados, para estos últimos una materia completamente desconocida en su formación profesional.

Es una manual cuyos problemas están asociados a las diferentes situaciones financieras con las que tiene que ver un valuator, desde pagos mensuales para crédito de vivienda hasta el manejo de tasas de interés de cuentas de banco, pasando por otros tantos tópicos.

El manual se crea como una respuesta de un servidor para aportar una pequeña pero no menos significativa ayuda a los futuros profesionales de la valuación para acreditar esta materia, pues es una materia compleja que necesita de una base

sencilla y que este disponible para los compañeros de clase sin necesidad de perderse en libros que poseen mucha información.

El manual esta conformado a través de ejemplos que están resueltos en la siguiente forma, primero el planteamiento del problema, que será resuelto en todos los casos como sigue:

- Con la aplicación de las fórmulas financieras
- Con la calculadora financiera HP 10B11
- Utilizando la hoja electrónica de Excel.

De esta forma el alumno podrá tener las herramientas suficientes para la resolución de los problemas a través de tres alternativas de solución.

Cada ejemplo es resuelto apoyándose con gráficos representativos de cada problema, incluyendo en algunos casos gráficas comparativas debidamente explicadas.

El presentar tres alternativas de solución pretende que el alumno no solo entienda el problema sino lo reafirme tras la aplicación de cada diferente alternativa.

En este manual se dan las definiciones de los diferentes conceptos matemáticos pero no se abunda en estos, se trata de intentar que a través de los ejemplos dichos conceptos queden claros. Las demostraciones complejas de las formulas matemáticas se remiten a los anexos respectivos.

El manual posee una lectura clara y de fácil entender que lleva prácticamente “de la mano” a cada alumno en la solución de los problemas.

Una vez que el alumno lo halla estudiado debidamente, tendrá la facilidad de entender las notas de clase que asocian los conceptos financieros a la valuación en una forma mas clara que si no hubiese tenido la oportunidad de leer el presente trabajo.

MARCO TEÓRICO

Capítulo 1

CONCEPTO: INTERES SIMPLE

Comenzaremos por explicar el interés simple a través de un ejemplo:

Se solicita un préstamo bancario por la cantidad de 25000.00, y al cabo de dos meses se devolverán 27500.00. Se observa del enunciado que el valor del dinero aumenta con el tiempo. ¿En cuanto aumenta? $27500.00 - 25000.00 = 2500.00$ en dos meses. Es decir el banco gana intereses por 2500.00 por haber invertido su dinero en el préstamo, mientras que para quien obtiene el préstamo es el costo por haber utilizado ese dinero.

Definamos las variables que intervienen en el ejemplo:

Préstamo = Valor presente del dinero = 25000.00

Tiempo = 2 meses

Interés simple = 2500.00

Préstamo + intereses = Valor futuro = 27500.00

i = tasa de interés

La tasa de interés es el cociente entre el interés pagado y el valor del préstamo:

$$i = \frac{2500.00}{25000.00} = 0.1$$

Este cociente nos indica que el dinero ganó valor del 10% en tan solo dos meses.

Es costumbre expresar tanto el interés como el tiempo en unidades de años.

Habiendo seis bimestres en un año definimos el tiempo $t = 1/6$ y el interés anual será $0.1 (6) = 0.6$ o 60%.

$$VF = VP + I$$

Por lo tanto

$$27500 = 25000 + 2500$$

Definiendo el interés simple

$$I = VP \times i \times t$$

$$2500 = 25000 \times 0.60 \times (1 \div 6)$$

Entonces se tiene

$$VF = VP + VP \times i \times t$$

$$VF = VP \times (1 + i \times t)$$

Otra forma de expresar esta misma formula es llamarle al valor futuro monto (M) y al valor presente capital (C).

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

Que es la formula que permite obtener el valor futuro de una cantidad a una tasa de interés en un tiempo determinado. *Es muy importante que tanto la tasa de interés como el tiempo estén expresados en las mismas unidades, por ejemplo meses y meses, trimestres y trimestres etc.*

CONCEPTO: INTERES COMPUESTO

En el interés compuesto los intereses que se van generando se van incrementando al capital original en periodos establecidos, generando así un nuevo interés adicional.

Supóngase que se depositan 10000.00 en una cuenta que ofrece 10% de interés semestral ¿cual será el interés ganado al cabo de seis meses?

$$I = VP \times i \times t$$

$$I = 10000 \times 0.1 \times 1 = 1000$$

Ahora consideremos que se nos ofrece lo siguiente: ganar 5% cada trimestre y ese interés ganado incrementarlo al capital inicial de 10000.

Trimestre 1

$$I = VP \times i \times t$$

$$I = 10000 \times 0.05 \times 1 = 500$$

Trimestre 2: Al valor presente inicial de 10000 le sumamos los intereses 500 y nos dará un nuevo valor presente igual a (VP + I) de 10500.00, ahora obtenemos el interés de 5% pero sobre 10500.00

$$I = (VP + I) \times i \times t$$
$$I = (10000 + 500) \times (0.05 \times 1)$$
$$I = 525$$

La suma de intereses de los trimestres será $500 + 525 = 1025$

Por lo tanto los 10000 invertidos a un interés simple del 10% semestral ganan solamente 1000, mientras que los mismos 10000 invertidos a una tasa del 10% semestral pero que se capitaliza trimestralmente ganarán 1025.

Se observa que una misma cantidad de dinero a una misma tasa de interés es mayor si los intereses se capitalizan a un periodo determinado.

La formula para obtener el valor futuro VF de una cantidad VP que gana intereses i capitalizándose en n determinados periodos es la formula de capitalización compuesta:

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

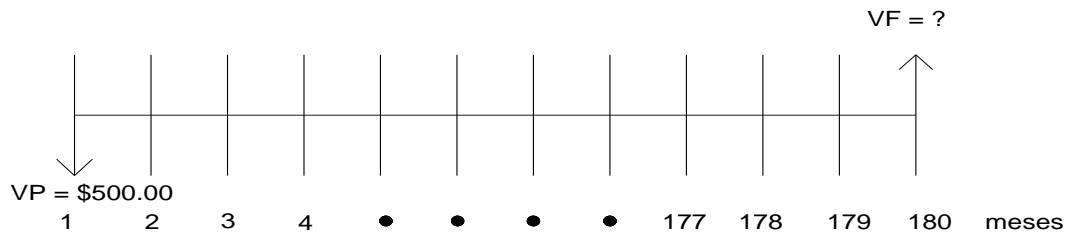
En la resolución de problemas se utilizará indistintamente las palabras valor futuro VF ó monto M, valor presente VP ó capital C.

PROBLEMA Nº 1

Calcular el valor acumulado de \$500 durante quince años a una tasa nominal de 8% capitalizable mensualmente. Comparando el resultado con el valor acumulado de esa misma cantidad a la misma tasa pero con interés simple.

Solución:

El siguiente es un problema de interés compuesto cuya solución será comparada utilizando el interés simple.



La gráfica indica el valor presente VP de 500 y el tiempo que ganará intereses. La flecha hacia abajo indica que es un dinero que se entrega y la flecha hacia arriba indica un dinero que se recibe.

Solución aplicando la formula de interés compuesto

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

VF es el valor acumulado durante quince años de \$500.00 capitalizable mensualmente a una tasa nominal del 8%.

VP es el valor actual de \$500.00

i es la tasa de interés de 8% capitalizable mensualmente

n es el número de veces que se capitaliza el dinero: $n = 180$

Se debe observar que si los periodos de capitalización son mensuales la tasa de capitalización también deberá serlo.

$$VF = 500 \times (1 + 0.08 \div 12)^{180}$$

Efectuando operaciones resulta

$$VF = 1653.46$$

El monto obtenido aplicando el interés simple sobre \$500.00 a una tasa de 8% al final de años es:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

En donde M es el monto; capital mas interés

C es el capital

t es el tiempo

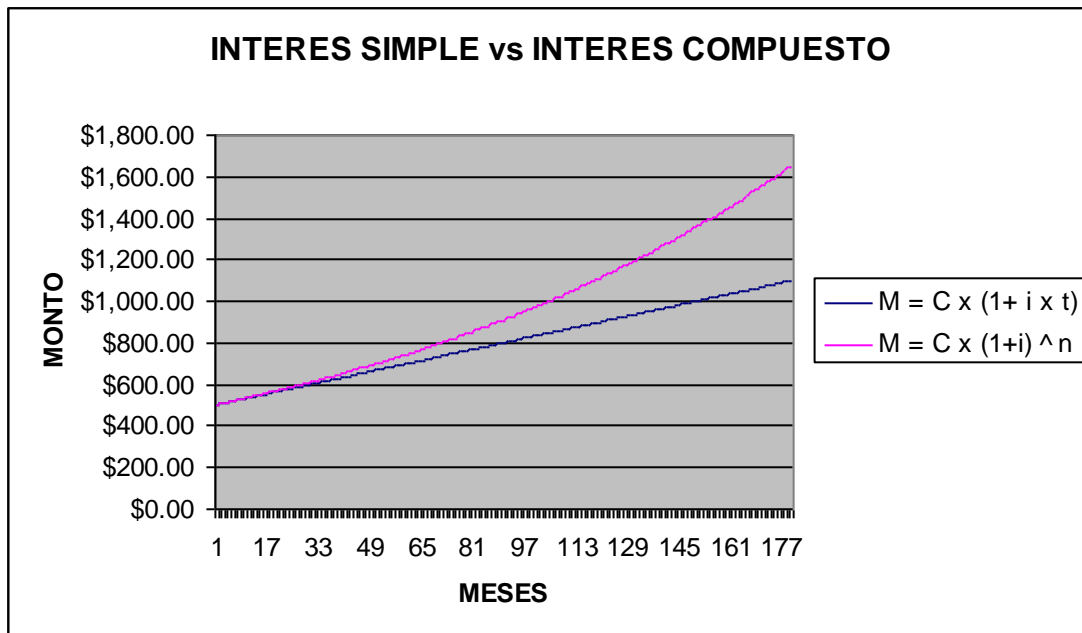
i es la tasa de interés

$$M = 500 \times (1 + (0.08 \div 12 \times 180))$$

$$M = 1100.00$$

Se tabulan los datos por mes correspondientes a monto obtenido con interés simple y con interés compuesto

	<i>Capital</i>	<i>tasa mensual</i>
	\$500.00	0.08/12 = 0.006666667
<i>tiempo</i>		
<i>meses</i>	M=C x(1+i x t)	M =C x (1+i)^n
1	\$503.33	\$503.33
2	\$506.67	\$506.69
3	\$510.00	\$510.07
4	\$513.33	\$513.47
5	\$516.67	\$516.89
6	\$520.00	\$520.34
7	\$523.33	\$523.81
8	\$526.67	\$527.30
9	\$530.00	\$530.81
178	\$1093.33	\$1631.63
179	\$1096.66	\$1642.51
180	\$1100.00	\$1653.46



El monto a interés simple crece en forma aritmética y su gráfica es una línea recta. El monto a interés compuesto, en cambio crece en forma geométrica y su gráfica corresponde a una función exponencial.

Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos

- 1.- Teclear 8 seguido de I/YR
- 2.- Teclear -500 seguido PV pues como se explico es un dinero que se entrega para ser invertido
- 3.- Teclear 12 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR así se introducen capitalizaciones.
- 4.- Teclear 15 seguida de tecla inferior naranja seguida de x P/YR que multiplica el número 15 año por el total de capitalizaciones.
- 5.- FV devuelve el resultado final = 1653.46

Queda establecido que los pasos 1 a 4 pueden tener un orden distinto al mostrado sin alterar el valor final del quinto paso.

Se muestra la ubicación de las teclas en la figura 1

Solución utilizando la hoja electrónica de Excel tenemos lo siguiente:

En la barra de herramientas en insertar función se busca financieras y luego la función VF, devuelve el valor futuro de una inversión basada en pagos periódicos y una tasa constante.

Tasa	N per	Pago	VF	tipo	VA
0.08/12	180		1653.46		-500



Figura 1

PROBLEMA N° 2

Calcular el valor acumulado de \$100.00 durante 5 años a 16% compuesto

- a) Anualmente, b) semestralmente c) trimestralmente d) mensualmente e) semanalmente f) diariamente

Aplicando la formula de interés compuesto

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

VF es el valor acumulado durante cinco años de \$100.00, capitalizable como se indica en cada uno de los incisos, a una tasa de nominal del 16%.

VP es el valor actual de \$100.00

i es la tasa de interés de 16% capitalizable mensualmente

n es el número de veces que se capitaliza el dinero durante 5 años: n = 5 , n = 10, n = 20 n = 60 n=260, n=1825

$$VF = 100 \times (1 + 0.16 \div 1)^5$$

$$VF = 100 \times (1 + 0.16 \div 2)^{10}$$

$$VF = 100 \times (1 + 0.16 \div 4)^{20}$$

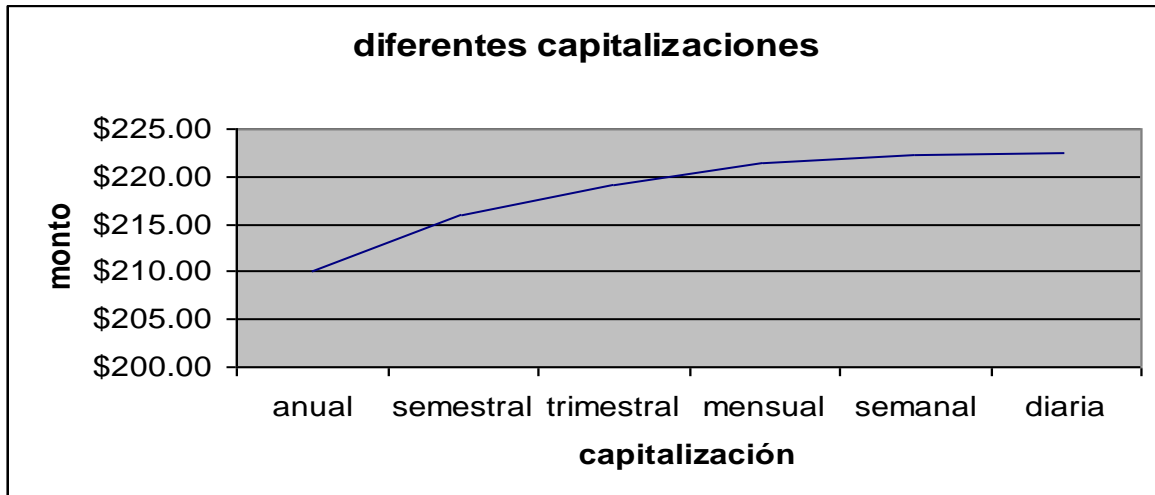
$$VF = 100 \times (1 + 0.16 \div 12)^{60}$$

$$VF = 100 \times (1 + 0.16 \div 52)^{260}$$

$$VF = 100 \times (1 + 0.16 \div 365)^{1825}$$

Efectuando operaciones resulta

Capitalización	VF
Anual	210.03
Semestral	215.89
Trimestral	219.11
Mensual	221.38
Semanal	222.28
Diaria	222.52



Como se observa de la gráfica a mayor número de capitalizaciones mayor monto.

Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos; esta solución corresponde a la capitalización anual, se deberá realizar para cada una de las capitalizaciones introduciendo los valores que correspondan.

- 1.- Teclear 16 seguido de I/YR
- 2.- teclear -100 seguido de PV pues como se explico es un dinero que se entrega para ser invertido
- 3.- Teclear 1 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR, que son las capitalizaciones.
- 4.- Teclear 5 seguido de tecla inferior naranja seguida de x P/YR que multiplica el número de capitalizaciones anuales por el número total de años.
- 5.- teclear FV devuelve el resultado final = 210.03

Queda establecido que los pasos 1 a 4 pueden tener un orden distinto al mostrado sin alterar el valor final del quinto paso.

Se muestra la ubicación de las teclas en la figura N° 1

Solución utilizando la hoja electrónica de Excel tenemos lo siguiente:

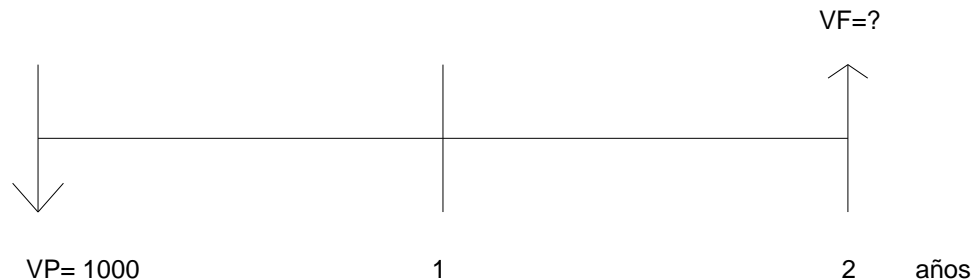
En la barra de herramientas en insertar función se busca financieras y luego la función VF, devuelve el valor futuro de una inversión basada en pagos periódicos y una tasa constante.

Tasa	N per	Pago	VF	tipo	VA
0.16/1	5		210.03		-100
0.16/2	10		215.89		-100
0.16/4	20		219.11		-100
0.16/12	60		221.38		-100
0.16/52	260		222.28		-100
0.16/365	1825		222.52		-100

Se observa que la tasa debe de introducirse dividida entre el numero de capitalizaciones por año, mientras que N per es el total de capitalizaciones anuales por el número de años que dure la inversión.

PROBLEMA N° 3

Una persona deposita \$1000.00 en una cuenta de ahorros que gana 12.25% de interés compuesto diariamente, ¿que interés gana durante el primer año?, ¿durante el segundo año?



Solución aplicando la formula de interés compuesto

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

VF es el valor acumulado durante dos años de \$1000.00 capitalizable mensualmente a una tasa nominal del 12.25%.

VP es el valor actual de \$1000.00

i es la tasa de interés de 12.25% capitalizable mensualmente

n es el número de veces que se capitaliza el dinero: n= 365, para el primer año y 730 para el segundo.

$$VF = 1000 \times (1 + 0.125 \div 365)^{365}$$

Efectuando operaciones resulta

$$VF = 1130.30$$

El interés que se gana el primer año es de $1130.30 - 1000 = 130.30$

Para obtener el valor final al segundo año:

$$VF = 1000 \times (1 + 0.1225 \div 365)^{730}$$

$$VF = 1277.57$$

El interés que se gana el segundo año es de $1277.57 - 1130.30 = 147.27$

Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos

- 1.- Teclear 12.25 seguido de I/YR
- 2.- Teclear -1000 seguido de PV pues como se explicó el signo menos es dinero que sale para ser invertido.
- 3.- Teclear 365 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR que son las capitalizaciones diarias.
- 4.- Teclear 1 seguido de tecla inferior naranja seguida de x P/YR que multiplica el número almacenado en P/YR.
- 5.- Teclear FV da el resultado final = 1130.30
- 6.- Para obtener el valor final correspondiente al segundo año, no es necesario repetir el procedimiento, simplemente se teclea tecla 2 seguido de tecla naranja seguida de x P/YR. Con esto se multiplican las 365 capitalizaciones diarias por los dos años
- 7.- Se teclea FV y se obtiene 1277.57

Queda establecido que los pasos 1 a 4 pueden tener un orden distinto al mostrado sin alterar el valor final del quinto paso.

Se muestra la ubicación de las teclas en la figura N° 1

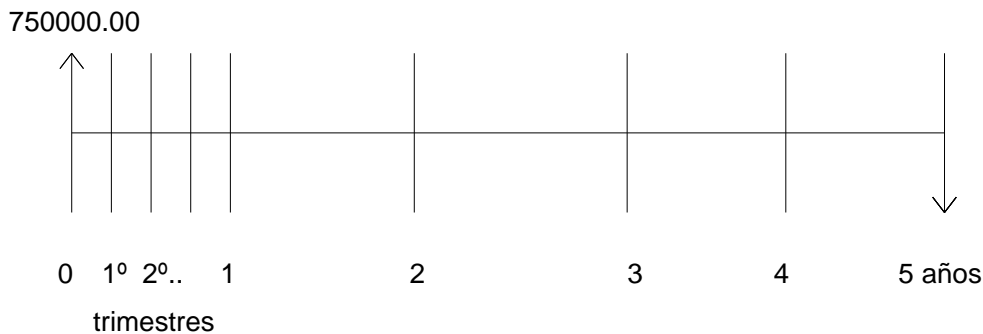
Solución utilizando la hoja electrónica de Excel tenemos lo siguiente:

En la barra de herramientas en insertar función se busca financieras y luego la función VF, devuelve el valor futuro de una inversión basada en pagos periódicos y una tasa constante.

Tasa	N per	Pago	VF	tipo	VA
0.1225/365	365		1130.30		-1000
0.1225/365	730		1277.57		-1000

PROBLEMA N° 4

Se obtiene un préstamo para vivienda por valor de \$ 750 000.00 a un plazo de 5 años y con intereses de 12% convertible trimestralmente ¿Cuál es el monto que debe liquidarse?



Solución aplicando la fórmula de interés compuesto

Se determina primero la tasa de interés por periodo de capitalización

$$i = 0.12/4 = 0.003$$

El número de periodos de capitalización n es igual a:

$$4 \text{ periodos anuales} \times 5 \text{ años} = 20$$

Solución aplicando la fórmula de interés compuesto

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

Sustituyendo valores

$$VF = 750000 \times (1 + 0.003)^{20}$$

$$VF = 1\,354\,583.43$$

Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos

- 1.- Teclear 12 seguido de I/YR
- 2.- Teclear 750000 pues es un préstamo seguido de PV
- 3.- Teclear 4 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR que son las capitalizaciones por año
- 4.- Teclear 5 seguida de x P/YR que multiplica el número almacenado en P/YR por el total de capitalizaciones.
- 5.- Teclear FV da el resultado final = -1 354 583.43 pues es una cantidad a pagar.

Queda establecido que los pasos 1 a 4 pueden tener un orden distinto al mostrado sin alterar el valor final del quinto paso.

Se muestra la ubicación de las teclas en la figura N° 1

Solución utilizando la hoja electrónica de Excel tenemos lo siguiente:

En la barra de herramientas en insertar función se busca financieras y luego la función VF, devuelve el valor futuro de una inversión basada en pagos periódicos y una tasa constante.

Tasa	N per	Pago	VF	tipo	VA
0.12/4	5X4		-1354583.43		750000

Capítulo 2

Tasa nominal, efectiva y equivalente

Cuando se realiza una operación financiera, se establece una tasa de interés anual que rige durante el lapso que dure la operación. Esta se denomina tasa nominal de interés.

Sucede que cuando el interés se capitaliza en términos de semestres o trimestres o meses. etc., el monto obtenido es mayor que el que se recibiría si fuera en términos anuales, cuando así sucede se puede establecer una tasa efectiva anual. Se dice que dos tasas de interés anuales con diferentes periodos de capitalización serán equivalentes si al final de un año producen el mismo interés compuesto.

PROBLEMA N° 5

¿Cuál es la tasa de interés efectiva que se recibe de un depósito bancario de \$ 1000.00 pactado a una tasa de 18% de interés anual capitalizable mensualmente?

Primero obtenemos la cantidad recibida por este depósito al año bajo las condiciones de contrato

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

$$VF = 1000 \times (1 + 0.18 \div 12)^{12}$$

$$VF = 1195.61$$

Los intereses ganados en un año son iguales a $VF - VP = 1195.61 - 1000.00 = 195.61$ es decir en un año se recibió de intereses esta cantidad.

Para obtener la tasa efectiva se dividen los intereses obtenidos al cabo de un año entre el capital inicial.

$$i = \frac{I}{VP}$$

$$i = 195.61 \div 1000 = 0.1956$$

Por lo tanto la tasa efectiva de interés anual será del 19.56%

Solución utilizando la calculadora financiera

Para la resolución de problemas de conversiones de tasas de interés se utilizarán las siguientes teclas en la calculadora financiera, ver figura 2.

- 1.- Teclear 18 seguido de tecla naranja seguida de NOM%. Con esto se introduce la tasa nominal.
- 2.- Teclear 12 seguido de tecla naranja seguida de P/YR. Con esto se introduce el número de capitalizaciones.
- 3.- Teclear tecla naranja seguido de EFF%. Da el resultado 19.56



Figura 2

Solución utilizando la hoja electrónica de Excel tenemos lo siguiente:

Ubicar en barra de herramientas insertar función

En funciones financieras elegir

INT.EFECTIVO; devuelve la tasa efectiva solicitando al tasa nominal y el numero de periodos de capitalización.

Int_nominal	Núm_per_año	Devuelve la tasa anual efectiva
0.18	12	19.56

Como se observa simplemente utilizando unas pocas teclas obtenemos los resultados rápidamente utilizando la calculadora financiera y la hoja de Excel, pero abundemos un poco mas para entender completamente estos conceptos.

Podemos concluir que la tasa equivalente a una tasa anual de 18% capitalizable mensualmente es de 19.56% capitalizable anualmente.

Se sabe que dos tasas son equivalentes si producen los mismos intereses, si definimos i = tasa anual efectiva de interés; j = tasa anual nominal; m = número de periodos de capitalización.

Por lo tanto

$$VP \times (1 + i) = VP \times (1 + j \div m)^m$$

Dividiendo entre VP tenemos $i = (1 + j \div m)^m - 1$

Sustituyendo valores llegamos al resultado obtenido anteriormente.

$$i = (1 + 0.18 \div 12)^{12} - 1 = 0.1956$$

PROBLEMA Nº 6

¿Cual es la tasa efectiva que se paga por un préstamo bancario para vivienda de \$3500000.00 que se pactó a una tasa de 12% de interés anual capitalizable trimestralmente?

Utilizando la formula $i = (1 + j \div m)^m - 1$

Sustituyendo valores $i = (1 + 0.12 \div 4)^4 - 1$

$$i = 0.1255$$

Utilizando calculadora financiera:

1.- Teclar 12 seguido de tecla naranja seguida de NOM%. Con esto se introduce la tasa nominal.

2.- Teclar 4 seguido de tecla naranja seguida de P/YR. Con esto se introduce el número de capitalizaciones.

3.- Teclear tecla naranja seguido de EFF%. Da el resultado 12.55

Solución utilizando la hoja electrónica de Excel tenemos lo siguiente:

Ubicar en barra de herramientas insertar función

En funciones financieras elegir

INT.EFECTIVO; devuelve la tasa efectiva solicitando al tasa nominal y el numero de periodos de capitalización.

Int_nominal	Núm_per_año	Devuelve la tasa anual efectiva
0.12	4	12.55

Capítulo 3

VALOR ACTUAL O VALOR PRESENTE

Se presentan situaciones financieras en las que de antemano se conoce el valor futuro que desea pagarse o reunir y se quiere determinar la cantidad presente que bajo una tasa de interés determinada nos permita obtener dicho monto. A este tipo de problemas se les llaman de valor presente.

Para obtener dicho valor presente partimos de la ya conocida formula

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

Y simplemente despejamos VP

$$VP = VF \times (1 + i)^{-n}$$

PROBLEMA N° 7

Una empresa dedicada a la construcción desea obtener una casa habitación para utilizarla como oficinas, se encontró la siguiente oferta inmobiliaria; casa habitación con valor de \$4,500000.00 enganche de \$1,500000.00 y el resto liquidarlo al final de 2 años ¿cuanto dinero debe depositar en este momento en el banco a fin de garantizar dicho monto, si la tasa de interés es del 15% capitalizable mensualmente?

Se trata de un problema de valor presente en el que el monto a liquidar en 2 años será de \$3,000000.00 la tasa de interés del 15% se capitaliza mensualmente;

Utilizamos la fórmula

$$VP = VF \times (1 + i)^{-n}$$

Sustituyendo valores obtenemos

$$VP = 3000000 \times (1 + 0.15 \div 12)^{-24}$$

$$VP = 2226591.20$$

Como puede verse VP es el valor presente o valor actual de VF. Es decir VF y VP son valores equivalentes dada una tasa de interés y un periodo determinado.

Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos

- 1.- Teclear 15 seguido de I/YR
- 2.- Teclear 3000000 pues al final se liquida la deuda seguida de FV
- 3.- Teclear 12 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR que son las capitalizaciones por año
- 4.- Teclear 2 seguida de x P/YR que multiplica el número almacenado en P/YR por el total de capitalizaciones.
- 5.- Teclear PV da el resultado final = -2226591.21 pues es una cantidad a depositar.

Queda establecido que los pasos 1 a 4 pueden tener un orden distinto al mostrado sin alterar el valor final del quinto paso.

Se muestra la ubicación de las teclas en la figura N° 1

Solución utilizando la hoja electrónica de Excel tenemos lo siguiente:

En la barra de herramientas en insertar función se busca financieras y luego la función VA, devuelve el valor presente de una inversión basada en pagos periódicos y una tasa constante.

Tasa	N per	Pago	VF	tipo	VA
0.12/4	5X4		3000000.00		-2226591.21

Capítulo 4

ANUALIDADES

Se conoce como anualidades a un conjunto de pagos iguales a intervalos de tiempo iguales. Ejemplos de anualidades son los siguientes:

- Pago de nóminas quincenales
- Abonos mensuales a una tarjeta de crédito
- Pagos anuales de seguros de autos

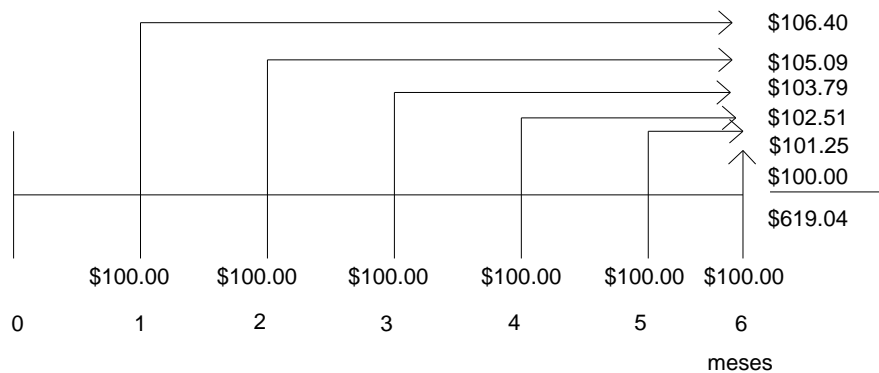
Como se observa los intervalos de tiempo de las anualidades no son necesariamente de un año.

Existen diversas clasificaciones para las anualidades, aquí estudiaremos las siguientes:

- Simples: el periodo de pago coincide con el de capitalización
- Ciertas: las fechas de pago son conocidas y fijadas con anticipación
- Vencidas: los pagos se realizan al final de los periodos correspondientes
- Inmediatas: los pagos se hacen en el mismo periodo en que se realiza la operación.

Un ejemplo aclarará mejor los conceptos anteriores:

¿Que cantidad de dinero se acumula al final de un semestre si deposito \$100.00 mensuales al final de cada mes en una cuenta de inversión que genera 15% de interés capitalizable mensualmente?



El monto de la anualidad será igual a la suma de los montos capitalizados de cada uno de los depósitos, a una tasa de interés por periodo de capitalización de $0.15/12 = 0.0125$

Entonces obtenemos el valor futuro de cada uno de los depósitos.

$$VP = \sum VF \times (1+i)^n$$

$$VP = \sum 100 \times (1+0.0125)^5 + 100 \times (1+0.0125)^4 + 100 \times (1+0.0125)^3 + 100 \times (1+0.0125)^2 + 100 \times (1+0.0125)^1 + 100$$

$$VP = \sum 106.40 + 105.09 + 103.79 + 102.51 + 101.25 + 100 = 619.04$$

Esta sumatoria es una progresión geométrica que conduce a la siguiente fórmula

$$VF = PMT \times ((1+i)^n - 1) \div i$$

Definimos los siguientes conceptos

PMT es el valor de las anualidades: 100.00

i es la tasa de interés: $0.15/12$

n es el número de capitalizaciones

Sustituyendo valores en esta fórmula encontramos lo siguiente.

$$VF = 100 \times ((1 + 0.15 \div 12)^6 - 1) \div (0.125)$$

$$VF = 619.07$$

Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos

- 1.- Teclear 15 seguido de I/YR
- 2.- Teclear -100 seguido de PMT pues son pagos a realizar.
- 3.- Teclear 12 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR que son las capitalizaciones por año.
- 4.- Teclear 6 seguida de tecla N.
- 5.- Teclear FV da el resultado final = 619.07 pues es una cantidad a depositar.

Queda establecido que los pasos 1 a 4 pueden tener un orden distinto al mostrado sin alterar el valor final del quinto paso.

Se muestra la ubicación de las teclas en la figura N° 1

Solución utilizando la hoja electrónica de Excel, tenemos lo siguiente:
 En la barra de herramientas en insertar función se busca financieras y luego la función VF, devuelve el valor futuro de una inversión basada en pagos periódicos y una tasa constante.

Tasa	N per	Pago	VF	tipo	VA
0.15/12	6	-100	619.07		

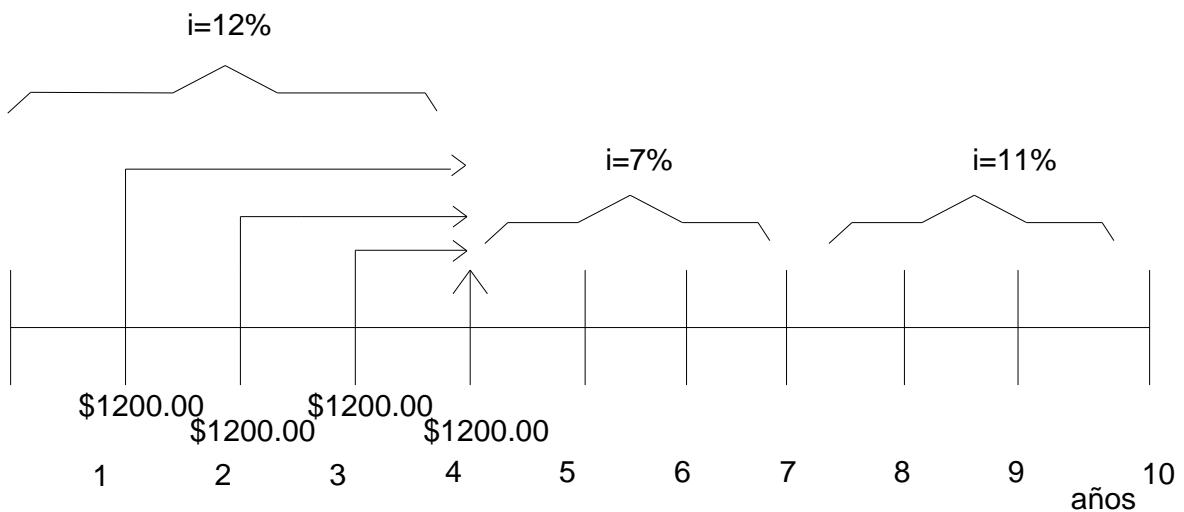
PROBLEMA N° 8

El siguiente problema es una combinación de los conceptos de anualidades e interés compuesto.

Se han realizado depósitos con valor de 12000 al final de cada año en un plan de ahorro para el retiro. Estos depósitos ganaron intereses en la siguiente forma.

i	años
12 %	4
7 %	3
11 %	3

Este problema se entenderá mejor si se representa gráficamente.



El primer paso consiste en obtener el valor de la anualidad durante los primeros cuatro años a una tasa de 12%

$$VF = PMT \times ((1 + i^n - 1) \div i)$$

$$VF = 12000 \times (1 + 0.12^4 - 1) \div 0.12$$

$$VF = 57351.93$$

Después el valor obtenido se capitaliza durante los siguientes tres años a una tasa del 7%, pues durante estos los próximos pagos ganarán interés a dicha tasa.

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

$$VF = 57351.93 \times (1 + 0.07)^3$$

$$VF = 70258.58$$

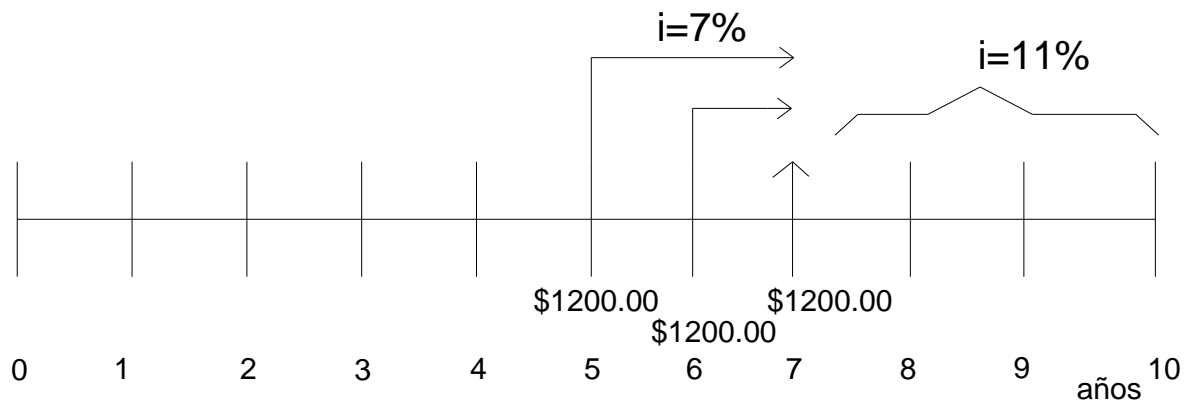
A este último valor lo volvemos a capitalizar a los tres años faltantes pero ahora a una tasa de interés del 11%.

$$VF = 70258.58 \times (1 + 0.11)^3$$

$$VF = 96087.82$$

Este es el monto capitalizado de los primeros cuatro pagos.

Después obtenemos la anualidad por los pagos de los años 5,6 y 7



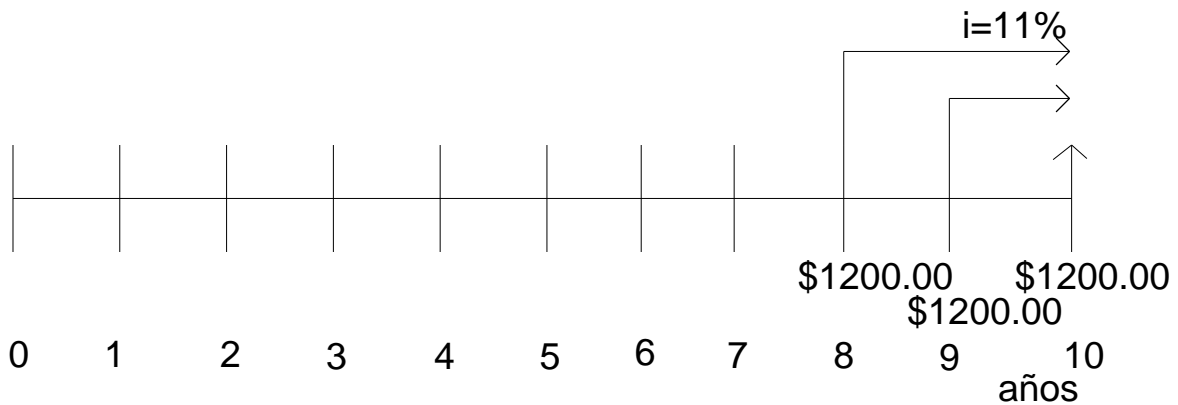
$$VF = PMT \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 12000 \frac{(1+0.07)^3 - 1}{0.07} = 38578.8$$

A este valor lo capitalizamos a los faltantes tres años

$$VF = 38578.80(1+0.11)^3 = 52761.56$$

Este es el monto capitalizado de los siguientes tres pagos

Por ultimo capitalizamos los tres últimos pagos a una tasa de 11%



$$VF = PMT \times ((1+i)^n - 1 \div i) = 12000 \times (1 + 0.11^3) - 1 \div 0.11) = 40105.20$$

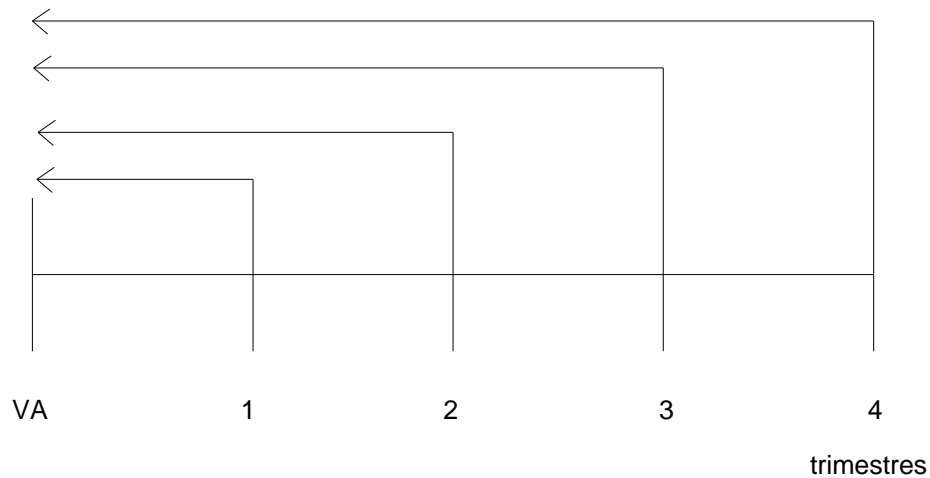
El total de ahorro para el retiro será la suma de los valores anteriores

$$96087.82 + 52761.56 + 40105.20 = 188954.58$$

También se presenta el problema de obtener el valor actual de anualidades, a esto se le conoce como descuento de una anualidad y al igual que para el caso anterior el monto será igual a la suma de los valores actuales o descuentos de cada una de las anualidades.

PROBLEMA N° 9

Se necesita conocer cual es el valor actual de cuatro anualidades trimestrales de \$3250.00 depositadas al final de cada mes considerando una inflación del 7% trimestral.



Al igual que el problema anterior, este se resolverá encontrando el VP de cada uno de los pagos.

$$VP = \sum VF \times (1+i)^{-n}$$

$$VP = 3250 \times (1+0.07)^{-4} + 3250 \times (1+0.07)^{-3} + 3250 \times (1+0.07)^{-2} + 3250 \times (1+0.07)^{-1}$$

$$VP = 1100844$$

Esta sumatoria es una progresión geométrica que conduce a la siguiente fórmula

$$VP = PMT \times (1 - (1+i)^{-n}) \div i$$

Sustituyendo valores se obtiene

$$VP = 3250 \times (1 - (1+0.07)^{-4}) \div 0.07 = 1100843$$

Son los mismos resultados.

Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos

- 1.- Teclear 28 seguido de I/YR este es el valor de la tasa anual, pues así lo requiere la abreviatura de la tecla
- 2.- Teclear -3250 seguido de PMT pues son pagos a realizar.
- 3.- Teclear 4 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR que son las capitalizaciones por año.
- 4.- Teclear 4 seguida de tecla N.
- 5.- Teclear PV da el resultado final = 11008.44

Queda establecido que los pasos 1 a 4 pueden tener un orden distinto al mostrado sin alterar el valor final del quinto paso.

Se muestra la ubicación de las teclas en la figura N° 1

Solución utilizando la hoja electrónica de Excel, tenemos lo siguiente:

En la barra de herramientas en insertar función se busca financieras y luego la función VA, devuelve el valor presente de una inversión basada en pagos periódicos y una tasa constante.

Tasa	N per	Pago	VF	tipo	VA
0.07	4	-3250			11008.44

PROBLEMA N° 10

Una empresa inmobiliaria, pretende adquirir un equipo de cómputo para el control de sus ventas. El equipo se vende en \$23500.00 y se puede pagar en 7 mensualidades vencidas ¿cuanto deberá pagar cada mes si la tasa de interés es de 1.5% mensual?

Este es un problema en el que se identifican los siguientes datos:

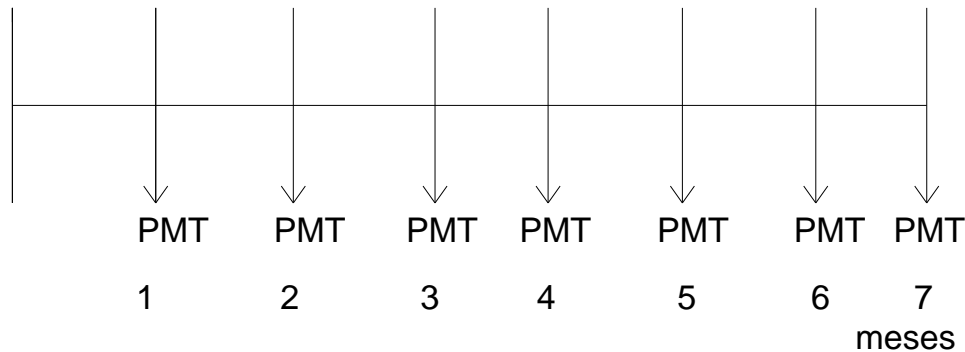
VP del equipo de computo \$ 23500.00

$i = 1.5\%$ mensual o sea 18% anual

$n = 7$

PMT =?

VP= 23500.00



$$VP = PMT \times (1 - (1 + i)^{-n}) \div i$$

Despejando de la fórmula PMT.

$$PMT = (VP \times i) \div (1 - (1 + i)^{-n})$$

Sustituyendo valores obtenemos:

$$PMT = \frac{23500 \times (0.18 \div 12)}{1 - (1 + 0.18 \div 12)^{-7}} = 3561.56$$

Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos

- 1.- Teclar 18 seguido de I/YR este es el valor de la tasa anual, pues así lo requiere la abreviatura de la tecla
- 2.- Teclar 23500 seguido de PV.
- 3.- Teclar 12 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR que son las capitalizaciones por año.
- 4.- Teclar 7 seguida de tecla N que es el número total de capitalizaciones.
- 5.- Teclar PMT da el resultado final = -3561.57 el signo negativo indica que son pagos a realizar.

Queda establecido que los pasos 1 a 4 pueden tener un orden distinto al mostrado sin alterar el valor final del quinto paso.

Se muestra la ubicación de las teclas en la figura N° 1

Solución utilizando la hoja electrónica de Excel, tenemos lo siguiente:

En la barra de herramientas en insertar función se busca financieras y luego la función pago.

Tasa	N per	Pago	VF	tipo	VA
0.015	7	3561.57			23500

PROBLEMA N° 11

¿Cuántos pagos de \$35000.00 tendrá que efectuar el comprador de un departamento en condominio con valor de \$600000.00 si da un enganche de 75000.00 y acuerda pagar 24% de interés capitalizable mensualmente sobre su saldo?

El siguiente problema tiene los siguientes datos:

VP = \$600000.00 que es al valor actual del departamento.

Enganche \$75000.00 por lo tanto el nuevo valor presente será de \$525000.00

$i = 24\%$

PMT = \$35000

$n = ?$

De la formula

$$VP = PMT \times (1 - (1 + i)^{-n}) \div i$$

Sustituyendo datos obtenemos

$$525000 = 35000 \times ((1 - (1 + 0.24 \div 12)^{-n}) \div (0.24 \div 12))$$

$$-n \log 1.02 = \log 0.7$$

$$n = 18.01$$

Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos

- 1.- Teclar 24 seguido de I/YR este es el valor de la tasa anual, pues así lo requiere la abreviatura de la tecla
- 2.- Teclar 525000 seguido de PV.
- 3.- Teclar 12 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR que son las capitalizaciones por año.

4.- Teclar -35000 seguido de PMT el signo negativo indica que son pagos a realizar.

5.- Teclar la tecla N, devuelve 18.01 que es el número de pagos a efectuar para saldar la deuda.

Queda establecido que los pasos 1 a 4 pueden tener un orden distinto al mostrado sin alterar el valor final del quinto paso.

Se muestra la ubicación de las teclas en la figura N° 1

Solución utilizando la hoja electrónica de Excel, tenemos lo siguiente:

En la barra de herramientas en insertar función se busca financieras y luego la función N per, devuelve el número de pagos de una inversión.

Tasa	N per	Pago	VF	tipo	VA
0.02	18.01	-35000			525000

Capítulo 5

AMORTIZACIÓN

Amortización en términos sencillos de explicación quiere decir saldar una deuda gradualmente por medio de una serie de pagos que generalmente son iguales y se realizan también a intervalos de tiempos iguales.

Un ejemplo aclara mejor este concepto:

PROBLEMA N° 12

Se adquiere hoy un préstamo para adquirir vivienda por \$150000.00 a una tasa de 14% convertible semestralmente y se amortizará mediante 8 pagos semestrales iguales y el primer pago vence dentro de seis meses.

PMT=?

PV= 150000.00

$i = 0.14/2$

$n=8$

Utilizando la formula de pago de una anualidad obtenemos:

$$PMT = (VP \times i) \div (1 - (1 + i)^{-n})$$

Sustituyendo datos obtenemos lo siguiente:

$$PMT = (150000 \times 0.14 \div 2) \div (1 - (1 + 0.14 \div 2)^{-8})$$

$$PMT = 25120.16$$

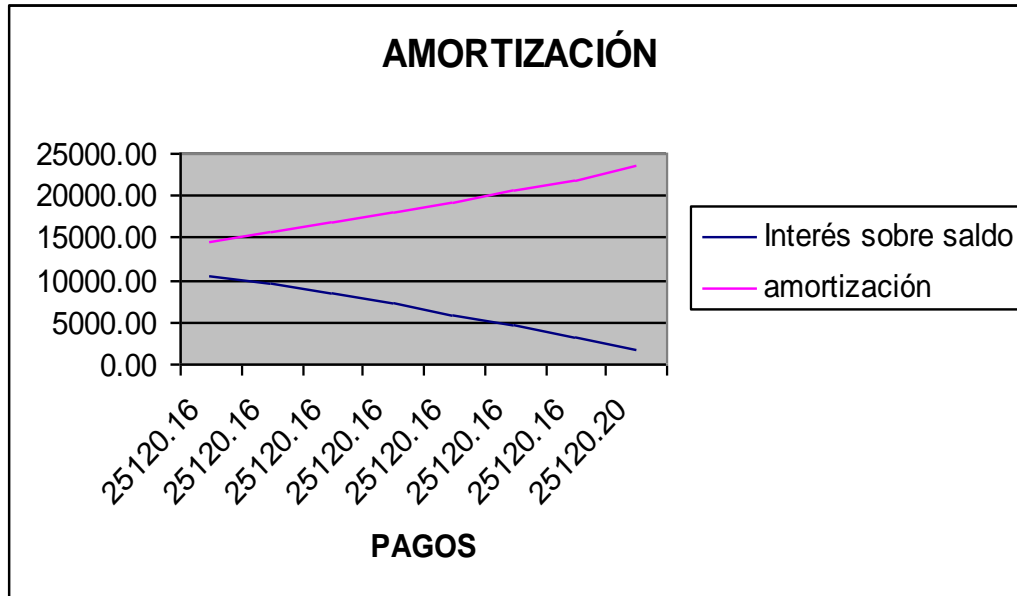
Es decir es necesario realizar ocho pagos de \$25120.16 para saldar completamente el préstamo.

Explicaremos a través de una tabla el comportamiento del dinero.

fecha	pago semestral	interés sobre saldo	amortización	saldo
inicio				150000.00
pago 1	25120.16	10500.00	14620.16	135379.84
pago 2	25120.16	9476.59	15643.57	119736.27
pago 3	25120.16	8381.54	16738.62	102997.65
pago 4	25120.16	7209.84	17910.32	85087.32
pago 5	25120.16	5956.11	19164.05	65923.28
pago 6	25120.16	4614.63	20505.53	45417.74
pago 7	25120.16	3179.24	21940.92	23476.83
pago 8	25120.20	1643.38	23476.82	0.00
totales	200961.32	50961.32	150000.00	

En esta tabla se analiza lo siguiente

- La suma de los pagos semestrales es igual a la suma de los intereses más la suma de las amortizaciones.
- Cada saldo de cada periodo es igual al anterior menos la cantidad amortizada.
- Por ejemplo $102997.65 = 119736.27 - 16738.62$
- La amortización de un periodo es igual al pago menos los intereses.
- Se puede observar como en cada periodo subsecuente va siendo mayor la parte del pago que corresponde a la amortización, ya que al mismo tiempo va disminuyendo tanto el saldo como los intereses correspondientes.
- El último pago se ajustó para que coincidiera con el valor de la deuda.



En la gráfica puede observarse que al principio de los pagos es mayor la cantidad destinada al pago de intereses y va disminuyendo hacia el final de los mismos. También al principio de los pagos la cantidad destinada a amortizar la deuda es menor y aumenta la final de los mismos.

Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos

- 1.- Teclar 14 seguido de I/YR este es el valor de la tasa anual, pues así lo requiere la abreviatura de la tecla
- 2.- Teclar 150000 seguido de PV.
- 3.- Teclar 2 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR que son las capitalizaciones por año.
- 4.- Teclar 8 seguido de la tecla N que es el número de pagos a efectuar para amortizar la deuda
- 5.- Teclar PMT y se obtiene -25120.16 el signo negativo indica que son pagos a realizar.
- 6.- Teclar 1 tecla INPUT 1 seguido de tecla naranja y seguida de tecla AMORT
- 7.- Teclar = aparece en pantalla el letrero PRIN -14620.16 que es el valor correspondiente a la parte del pago destinado a la amortización
- 8.- Teclar nuevamente = aparece en pantalla el letrero INT -10500.00 que es la parte del pago correspondiente a los intereses.
- 9.- Teclar nuevamente = aparece en pantalla el letrero BAL 135379.84 que es la parte del saldo que queda de la deuda.



Figura 3

En la figura 3 se ven las teclas que se deben utilizar para la amortización de los pagos a partir del paso numero 6.

Y así para el periodo de pago que se desee lo único que tiene que hacerse es teclear el periodo del pago sea el 2, 3,4... y luego se repite el proceso del paso seis en adelante.

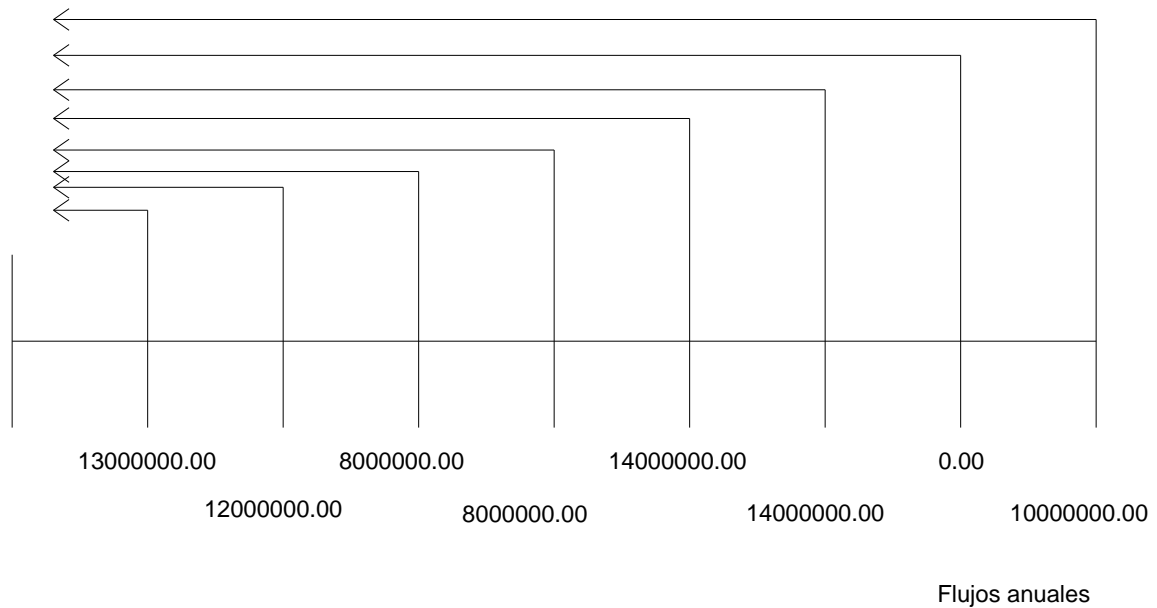
Como se observa los valores que se obtienen de la calculadora financiera a partir del paso número seis en adelante son los mismos que están tabulados en la tabla de amortización para cada periodo de pago.

Se presentan casos en los que la amortización se lleva a cabo a través de una serie de pagos que son regulares pero no se realizan por la misma cantidad, es decir los pagos se hacen con cantidades que pueden ser variables. Cuando se presenta esta situación se dice que se está ante un problema de flujos de caja, se entenderá mejor este concepto con el siguiente ejemplo.

PROBLEMA Nº 13

Se presenta la siguiente situación: una constructora dedicada al desarrollo inmobiliario se declara en banca rota debido a una crisis financiera nacional y esta vendiendo sus propiedades que son edificios habitacionales bajo el siguiente programa de ventas según su propio estudio de mercado.

Año 1	13000000.00
Año 2	12000000.00
Año 3	8000000.00
Año 4	8000000.00
Año 5	14000000.00
Año 6	14000000.00
Año 7	0.00
Año 8	1000000.00



Otra compañía desarrolladora decide adquirir a la empresa en quiebra dispone de \$ 26000000, si la tasa de inflación promedio durante los próximos ocho años es de 35% ¿resulta rentable al inversión?

La compañía desarrolladora que absorberá a la empresa en quiebra debe calcular el valor presente de los flujos anuales producto de la venta de los edificios.

$$VP = VF \times (1 + i)^{-n}$$

$VP = 13000000 \times (1 + 0.35)^{-1}$	9629629.63
$VP = 12000000 \times (1 + 0.35)^{-2}$	6584362.14
$VP = 8000000 \times (1 + 0.35)^{-3}$	3251536.85
$VP = 8000000 \times (1 + 0.35)^{-4}$	2408545.82
$VP = 14000000 \times (1 + 0.35)^{-5}$	3122189.02
$VP = 14000000 \times (1 + 0.35)^{-6}$	2312732.61
$VP = 0.00 \times (1 + 0.35)^{-7}$	0.00
$VP = 10000000 \times (1 + 0.35)^{-8}$	906420.77
	Suma = 28215416.87

Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos

- 1.- Teclear 1 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR que son las capitalizaciones por año.
- 2.- Teclear 0 seguido de CFj así se ingresa el flujo 0.
- 3.- Teclear 13000000 seguido de CFj así se ingresa el flujo 1
- 4.- Teclear 12000000 seguido de CFj así se ingresa el flujo 2
- 5.- Teclear 8000000 seguido de CFj así se ingresa el flujo 3 y después se tecléa 2 seguido de tecla naranja seguido de Nj esto quiere decir que se considera dos veces el flujo.
- 6.- Teclear 14000000 seguido de CFj así se ingresa el flujo 4 y después se tecléa 2 seguido de tecla naranja seguido de Nj esto quiere decir que se considera dos veces el flujo.
- 7.- Teclear 0 seguido de CFj así se ingresa el flujo 5
- 8.- Teclear 10000000 seguido de CFj así se ingresa el flujo 6
- 9.- Teclear 35 seguido de tecla I/YR así se ingresa la tasa
- 10.- Teclear tecla naranja seguida de NPV se obtiene 28215416.87



Figura 4

En la figura 4 se ven las teclas que se deben utilizar para introducir los flujos.

Solución utilizando la hoja electrónica de Excel.

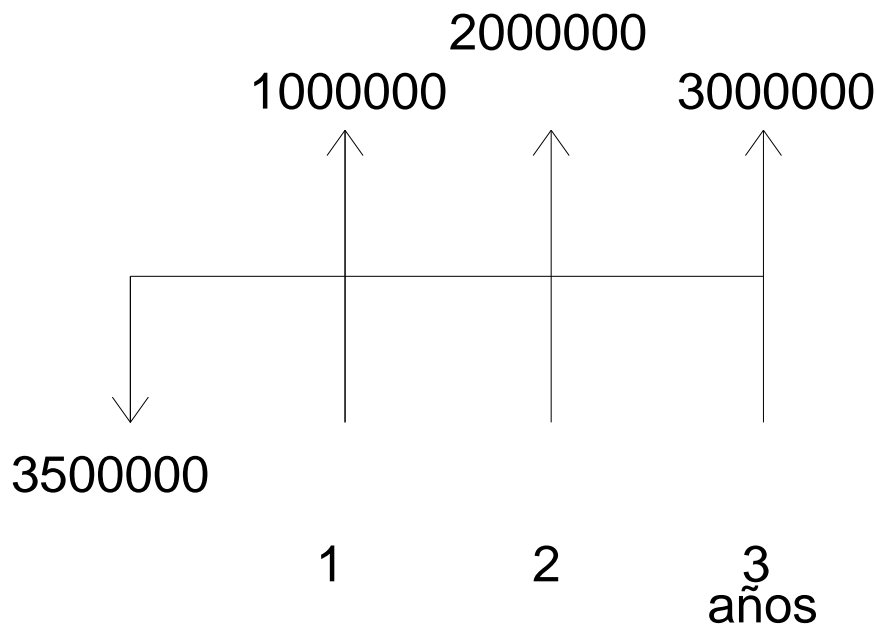
En la barra de herramientas en insertar función se busca financieras y luego la función VNA que devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y de una serie de pagos futuros, utilizando signo negativo para entradas y positivo para salidas.

Tasa	Valor 1	Valor 2	Valor 3	Valor 4	Valor 5	Valor 6
0.35	13000000	12000000	8000000	8000000	14000000	14000000

Valor 7	Valor 8	VNA
0	10000000	28215416.87

PROBLEMA N° 14

Una compañía minera pretende adquirir los derechos de una mina de plata en Bolivia. Para lograr esto requiere de una inversión de 3500000 dólares. En esta inversión está contemplada la ganancia de la empresa. Sus expertos consideran los siguientes ingresos por concepto de explotación y venta del metal. Calcular la TIR (tasa interna de retorno), que recupere la inversión.



Solución empleando la calculadora financiera HP 10B11

Introduciendo los datos en la calculadora con los siguientes pasos

- 1- Teclear 1 seguido de tecla inferior naranja que da entrada a funciones de color naranja seguida de P/YR que son las capitalizaciones por año.
- 2.- Teclear -3500000 seguido de CFj así se ingresa el flujo 0.
- 3.- Teclear 1000000 seguido de CFj así se ingresa el flujo 1
- 4.- Teclear 2000000 seguido de CFj así se ingresa el flujo 2
- 5.- Teclear 3000000 seguido de CFj así se ingresa el flujo 3.
- 6.- Teclear tecla naranja seguida de IRR/YR se obtiene 26.867

Esto quiere decir que la tasa de rendimiento que nos proporcionará la recuperación de la inversión más la ganancia debe ser del 26.867%.

PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 1

Se depositan \$200000 en una cuenta de ahorros que paga 15 % de interes semestral. ¿ cual será el interes ganado al cabo de 6 meses?

Respuesta \$30000

PROBLEMA 2

¿Cual es la frecuencia de conversión de un depósito bancario que paga 10 % de interés capitalizable trimestralmente?

Respuesta. La frecuencia de conversión es igual a 4

PROBLEMA 3

Se depositan \$500.00 en un banco a una tasa del 28% anual capitazable mensualmente. ¿ cual será el monto acumulado en 3 años?

Respuesta \$1147.06

PROBLEMA 4

Se desea realizar una fuerte inversión y se consultan 3 bancos, los cuales ofrecen las siguientes tasas de interés. ¿cual de estos ofrece la mejor tasa de interés?

Banco 1 14.85% capitalización cuatrimestral

Banco 2 14.56% capitalización bimestral

Banco 3 14.33% capitalización diaria

Respuesta. El primer banco; tasa efectiva 15.59%

PROBLEMA 5

¿Cuánto debe depositarse en un banco si se desea tener al final de 5 años \$2500000 con una tasa de interés del 14.85% capitalizable semestralmente?

Respuesta. \$1221480.06

PROBLEMA 6

La compañía editora Grupo VICSA planea realizar un inversión de 50000 para producir un comic de historietas que se espera genere dividendos por 80000

dentro de 2 años si se considera una inflación de 25% anual ¿conviene la inversión?

Respuesta el valor presente de 80000 es 51200 por lo tanto si conviene la inversión.

PROBLEMA 7

¿Qué cantidad se acumulará al final de 6 meses si se depositan 2500 cada mes y la tasa de interés es del 18.25%?

Respuesta 15582.01

PROBLEMA 8

Se adquiere un equipo de computo con valor de \$23500 y se acuerda liquidarlo en 7 mensualidades vencidas ¿a cuanto ascienden los pagos si se cobra una tasa de 2.3% mensual?

Respuesta 3673.02

PROBLEMA 9

Una persona tiene una deuda de 5000 anuales durante varios años. Si desea realizar pagos mensuales en sustitución del pago anual y se consideran intereses de 22% anual convertible mensualmente. ¿A cuanto ascenderán los pagos?

Respuesta \$376.30

PROBLEMA 10

¿Cuál es la tasa efectiva que se paga por un préstamo bancario de \$350000 que se pacta con una tasa de interés anual de 25% convertible bimestralmente?

Respuesta 27.75 %

Conclusiones

Se presentó un trabajo llamado Manual Básico de Matemáticas financieras para el curso Enfoque del Ingreso de la Especialidad en Valuación de Inmuebles.

Este manual contiene un total de 13 ejemplos de situaciones prácticas que se presentan en la vida de los profesionales de la valuación.

Cada uno de los diferentes problemas está debidamente explicado utilizando para su solución

- Formulas matemáticas
- Calculadora financiera HP10B11
- Hoja electrónica de Excel

Se pretende que a través de presentar las tres soluciones para cada problema, se reafirme la comprensión del concepto y se tenga un entendimiento completo de estos.

El manual aborda los conceptos de interés simple, interés compuesto, tasa nominal, tasa efectiva y tasa equivalente, valor presente, valor futuro y anualidades.

El conocimiento de estos temas es de primordial importancia en el estudio de las matemáticas financieras que son la base de uno de los tres métodos que se aplican en la obtención del valor; el método del enfoque del ingreso

El enfoque por capitalización de ingresos es uno de los tres enfoques tradicionales que se pueden utilizar. Y se debe considerar que no es un enfoque independiente sino que está ligado a los a otros dos, el enfoque de mercado y el enfoque de costos

El enfoque por capitalización de ingresos es parte del proceso sistemático de la valuación y los diversos métodos, técnicas y procedimientos usados son herramientas de carácter general que se aplican a la valuación y evaluación de propiedades generadoras de ingresos.

Por lo anteriormente comentado es de primordial importancia tener una base sólida en la comprensión de los diferentes conceptos básicos de las matemáticas financieras para en esa forma llegar a entender los conceptos mas avanzados que se manejan en la materia enfoque del ingreso para así llegar a obtener de una manera correcta los valores a los que se pretenda llegar.

Este manual servirá como un apoyo a todos aquellos que no han estado familiarizados con esta parte de las matemáticas financieras, ya que los grupos de que integran la especialidad están formados por diversos profesionales.

Este manual es práctico, de fácil estudio y comprensión y servirá como material de apoyo para los profesionales que están cursando la especialidad en valuación de inmuebles.

Bibliografía

Appraisal Institute
El Avalúo de Bienes Raíces.
12va edición,
Editorial Chicago IL. EE.UU. 2002

Duran Rafael F. Ed.
Práctica de matemáticas financieras
Instituto Politécnico Nacional.

Díaz Alfredo M., Aguilera Víctor G.,
Matemáticas financieras.
Ed McGraw Hill Interamericana. 3ª ed. 2001.

Giorgana Alfredo de la C
Apuntes de clase de la materia Enfoque del Ingreso, de la Especialidad en
Valuación de Inmuebles. Centro de actualización Profesional e Innovación
Tecnológica. México 2007.

Hewlett Packard
Guía del Usuario.
Hewlett Packard Company 2000.

Zima Petr, Brown Robert.
Matemáticas financieras.
Ed McGraw Hill 2ª ed. 2005.